TABLE B-5 Hankel Transforms

	$f(r)$	order	$\tilde{f}_n(k)=\int_0^\infty rJ_n(kr)\,f(r)\,dr$
1	$H(a-r)$	0	$\frac{a}{k}J_1(ak)$
2	$\exp(-ar)$	0	$a(a^2+k^2)^{-\frac{3}{2}}$
3	$\frac{1}{r}\exp(-ar)$	0	$(a^2+k^2)^{-\frac{1}{2}}$
4	$(a^2-r^2)\,H(a-r)$	0	$\frac{4a}{k^3}J_1(ak)-\frac{2a^2}{k^2}J_0(ak)$
5	$a(a^2+r^2)^{-\frac{3}{2}}$	0	$\exp(-ak)$
6	$\frac{1}{r}\cos(ar)$	0	$(k^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}H(k-a)$
7	$\frac{1}{r}\sin(ar)$	0	$(a^2-k^2)^{-\frac{1}{2}}H(a-k)$
8	$\frac{1}{r^2}(1-\cos ar)$	0	$\cosh^{-1}\left(\frac{a}{k}\right)\,H(a-k)$
9	$\frac{1}{r}J_1(ar)$	0	$\frac{1}{a}H(a-k),\quad a>0$
10	$Y_0(ar)$	0	$\left(\frac{2}{\pi}\right)(a^2-k^2)^{-1}$
11	$K_0(ar)$	0	$(a^2+k^2)^{-1}$
12	$\frac{\delta(r)}{r}$	0	1
13	$(r^2+b^2)^{-\frac{1}{2}}$ $\times\exp\left\{-a(r^2+b^2)^{\frac{1}{2}}\right\}$	0	$(k^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}$ $\times\exp\left\{-b(k^2+a^2)^{\frac{1}{2}}\right\}$
14	$\frac{\sin r}{r^2}$	0	$\left\{\begin{array}{ll}\frac{\pi}{2}, & k<1\\ \sin^{-1}\left(\frac{1}{k}\right), & k>1\end{array}\right\}$

	$f(r)$	order	$\tilde{f}_n(k)=\int_0^\infty rJ_n(kr)\,f(r)\,dr$
15	$(r^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}$	0	$\frac{1}{k}\exp(-ak)$
16	$\exp(-ar)$	1	$k(a^2+k^2)^{-3/2}$
17	$\frac{\sin ar}{r}$	1	$\frac{a\,H(k-a)}{k(k^2-a^2)^{\frac{1}{2}}}$
18	$\frac{1}{r}\exp(-ar)$	1	$\frac{1}{k}\left[1-\frac{a}{(k^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$
19	$\frac{1}{r^2}\exp(-ar)$	1	$\frac{1}{k}\left[(k^2+a^2)^{\frac{1}{2}}-a\right]$
20	$r^n\,H(a-r)$	>-1	$\frac{1}{k}a^{n+1}\,J_{n+1}(ak)$
21	$r^n\exp(-ar),\;\;\mathrm{Re}\,a>0$	>-1	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{2^{n+1}\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)ak^n}{(a^2+k^2)^{n+\frac{3}{2}}}$
22	$r^n\exp(-ar^2)$	>-1	$\frac{k^n}{(2a)^{n+1}}\exp\left(-\frac{k^2}{4a}\right)$
23	r^{a-1}	>-1	$\frac{2^a\Gamma\left[\frac{1}{2}(a+n+1)\right]}{k^{a+1}\Gamma\left[\frac{1}{2}(1-a+n)\right]}$
24	$r^n(a^2-r^2)^{m-n-1}$ $\times H(a-r)$	>-1	$2^{m-n-1}\Gamma(m-n)a^m$ $\times k^{n-m}J_m(ak)$
25	$r^m\exp(-r^2/a^2)$	>-1	${}_1F_1\left(1+\frac{m}{2}+\frac{n}{2};n+1;-\frac{1}{4}a^2k^2\right)$ $\times\frac{k^na^{m+n+2}}{2^{n+1}\Gamma(n+1)}\Gamma\left(1+\frac{m}{2}+\frac{n}{2}\right)$
26	$\frac{1}{r}J_{n+1}(ar)$	>-1	$k^na^{-(n+1)}H(a-k),\;\;a>0$
27	$r^n(a^2-r^2)^mH(a-r),$ $m>-1$	>-1	$2^ma^n\Gamma(m+1)\left(\frac{a}{k}\right)^{m+1}$ $\times J_{n+m+1}(ak)$

	$f(r)$	order	$\tilde{f}_n(k) = \int_0^\infty r J_n(kr)\, f(r)\, dr$
28	$\frac{1}{r^2} J_n(ar)$	$> \frac{1}{2}$	$\begin{Bmatrix} \frac{1}{2n}\left(\frac{k}{a}\right)^n, & 0 < k \le a \\ \frac{1}{2n}\left(\frac{a}{k}\right)^n, & a < k < \infty \end{Bmatrix}$
29	$\frac{r^n}{(a^2+r^2)^{m+1}}, \quad a > 0$	> -1	$\left(\frac{k}{2}\right)^m \frac{a^{n-m}}{\Gamma(m+1)} K_{n-m}(ak)$
30	$\exp(-p^2r^2)\, J_n(ar),$	> -1	$(2p^2)^{-1} \exp\left(-\frac{a^2+k^2}{4p^2}\right) \times I_n\left(\frac{ak}{2p^2}\right)$
31	$\frac{1}{r}\exp(-ar)$	> -1	$\frac{\left\{(k^2+a^2)^{\frac{1}{2}} - a\right\}^n}{k^n(k^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}$
32	$\frac{r^n}{(r^2+a^2)^{n+1}}$	> -1	$\left(\frac{k}{2}\right)^n \frac{K_0(ak)}{\Gamma(n+1)}$
33	$\frac{r^n}{(a^2-r^2)^{n+\frac{1}{2}}} H(a-r)$	< 1	$\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{k}{2}\right)^n \Gamma\left(\frac{1}{2}-n\right)\left(\frac{\sin ak}{k}\right)$
34	$\frac{1}{\sqrt{r}} J_{n-1}(ar)$	> -1	$\begin{Bmatrix} 0, & 0 < k \le a \\ \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{a}{k}\right)^{n-\frac{1}{2}}, & a < k < \infty \end{Bmatrix}$
35	$\frac{1}{r\sqrt{r}} J_n(ar)$	> 0	$\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{a}}{2n}\left(\frac{k}{a}\right)^{n+\frac{1}{2}}, & 0 < k \le a \\ \frac{\sqrt{a}}{2n}\left(\frac{a}{k}\right)^{n+\frac{1}{2}}, & a < k < \infty \end{Bmatrix}$
36	$\frac{1}{\sqrt{r}} J_{n+1}(ar)$	$> -\frac{3}{2}$	$\begin{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\frac{k}{a}\right)^{n+\frac{1}{2}}, & 0 < k \le a \\ 0, & a < k < \infty \end{Bmatrix}$
37	$r^{n-1}e^{-ar}$	> -1	$\frac{(2k)^n(n-\frac{1}{2})!}{\sqrt{\pi}(k^2+a^2)^{n+\frac{1}{2}}}$
38	$e^{-ar^2} J_0(br)$	0	$\frac{a}{2}\exp\left(\frac{k^2-b^2}{4a}\right) I_0\left(\frac{bk}{2a}\right)$